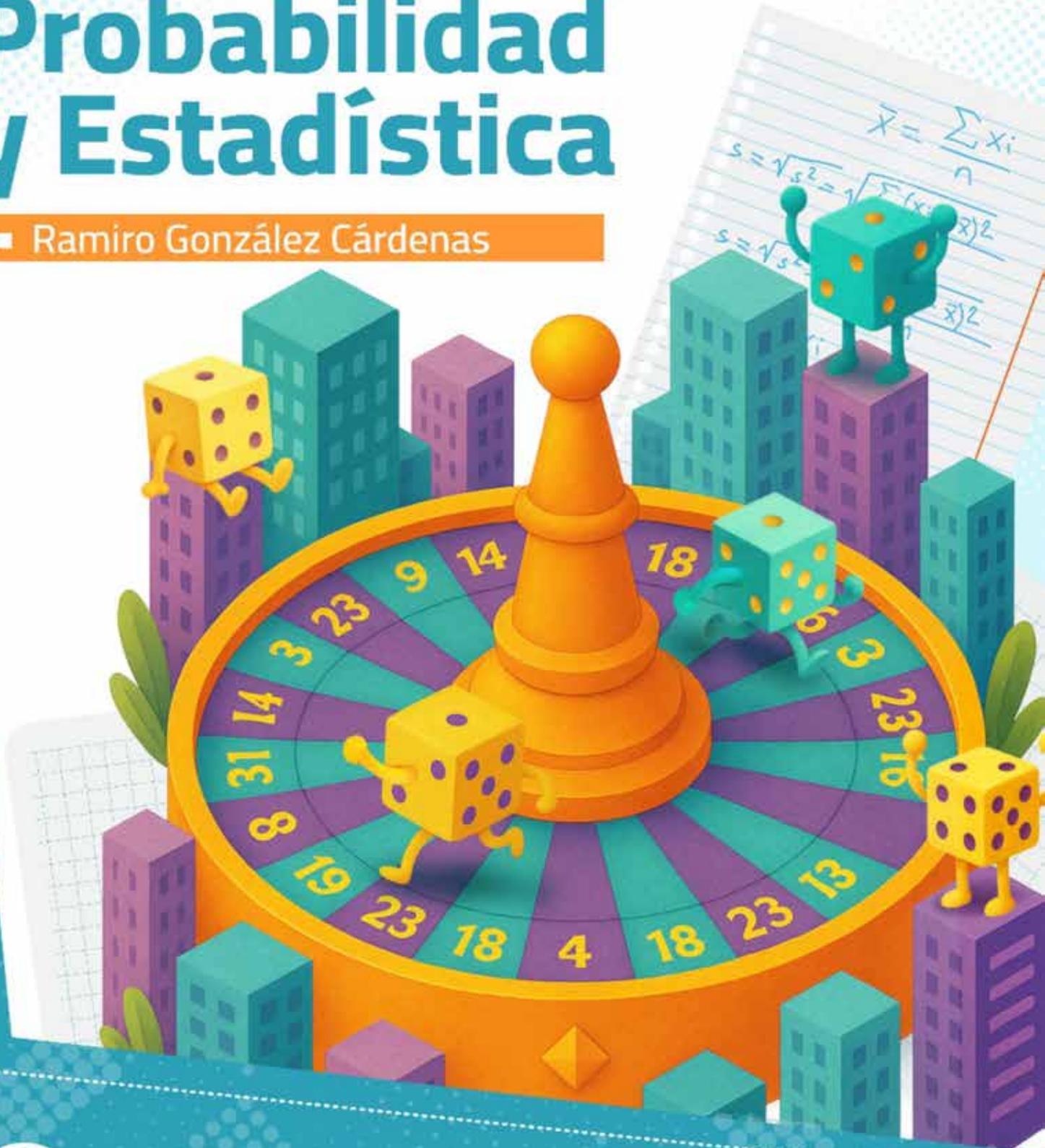




# Probabilidad y Estadística

■ Ramiro González Cárdenas



“Una editorial que muestra como aprender  
a aprender matemáticas para la vida”

# PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA



RAMIRO GONZÁLEZ CÁRDENAS

EDITORIAL EM<sup>2</sup>YLC

*"UNA EDITORIAL QUE MUESTRA COMO APRENDER A DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO."*



SERIE: COLECCIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

# Probabilidad y Estadística

**Ramiro González Cárdenas**  
Primera Edición Agosto de 2025  
Editorial EM<sup>2</sup>YLC

**Diseño editorial:**  
Arturo Romero Lucas

**Diseño de portada:**  
Bertín Cova Cruz

**Ilustración de interiores:**  
Andrea Pastor López  
Nadia Jatziry Cruz Romero  
José Alberto González Pacheco

**Revisión técnica:**  
Grupo Editorial EM<sup>2</sup>YLC



✉ [ed.em2ylc@gmail.com](mailto:ed.em2ylc@gmail.com)  
f Editorial Em2ylc México  
☎ 712 289 60 40



Derechos reservados de acuerdo con lo establecido con la Ley Federal de Derechos de Autor. La presentación y disposición en conjunto de esta obra: Probabilidad y Estadística, basado en el Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (NMCCEMS) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), son propiedad del editor.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, así como de su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, sea éste electrónico, mecánico, fotográfico o fotocopiado por grabación u otro medio, sin autorización por escrito del editor.

D.R. 2025 Editorial Em<sup>2</sup>ylc  
San Lorenzo Tlacotepec, Atlacomulco, México.

***A ti querido estudiante del Pensamiento Matemático...***

Me faltan palabras para agradecerte,  
por todo lo convivido durante este caminar docente,  
y porque con nada compro todo lo que he aprendido  
de ti durante **30** años caminando a tu lado.

Pues llegaste tú y contigo nacieron; los sueños,  
las ilusiones, la imaginación, la creatividad  
y el amor como nunca en mi vida.

***Ramiro González Cárdenas.***







# PRESENTACIÓN

La Estadística es la rama de la matemática que utiliza grandes conjuntos de datos numéricos para obtener inferencias basada en el cálculo de probabilidades.

Se dice que el análisis estadístico inició, con los registros de un tendero inglés, John Graunt (1620-1674), que intentó analizar las causas de las defunciones en Londres alrededor de la primera mitad del siglo XVII. Después de estos inicios sobre el registro de datos, le siguieron muchos matemáticos, entre ellos dos muy famosos en su época; Laplace (1749-1827) y Gauss (1777-1855) quienes hicieron importantes contribuciones a las ideas básicas de la Estadística (R. Britton, 1982). Las técnicas estadísticas se aplican en casi todos los aspectos de la vida cotidiana; en los deportes, en la economía, mercadotecnia y publicidad, política, industria, y actualmente, en las redes sociales (internet).

En este libro de texto; Probabilidad y Estadística, se desarrollan dinámicas de integración grupal, lecciones de habilidades socioemocionales, conocimientos matemáticos, habilidades matemáticas. Todo lo anterior integrado en una estrategia didáctica práctica, entendible y de aprendizaje autónomo, interesante, sencillo y relevante para la vida de cada uno de los actores en la educación media superior.

Para su mejor estudio, esta Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) consta de 15 progresiones, mismos que han sido divididos en tres evaluaciones parciales:

- Parcial 1. Pensamiento probabilístico. (Progresiones 1 - 5).
- Parcial 2. Estadística descriptiva. (Progresiones 6 - 10).
- Parcial 3. Estadística inferencial. (Progresiones 11 - 15).

A partir de la teoría matemática, los ejemplos prácticos y la retroalimentación de las progresiones de aprendizaje, se incluyen las evaluaciones: diagnóstica, parcial 1, parcial 2 y parcial 3, videos tutoriales y las rúbricas de desempeño académico por parcial. Todo lo anterior, con el propósito de acompañar al estudiante durante su formación académica y en el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático para la vida y como consecuencia un estudiante de bachiller con conocimientos y valores, mismos que le servirán para integrarse a una sociedad productiva y transformadora.

En pocas palabras, el libro de Probabilidad y Estadística, es una guía didáctica (escrita y digital) bien organizada y de manera clara, de tal manera que todos los actores que participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje puedan identificar el objetivo que se pretende alcanzar en cada una de las sesiones de clases, así como al finalizar el semestre del bachillerato.

Además, el docente y el estudiante harán uso de la metodología de las 5E's propuesta por la Nueva Escuela Mexicana (NEM) y dirigir tanto su práctica docente, así como su aprendizaje del pensamiento probabilístico y estadístico.

## CONSIDERACIONES:

El perfil de egreso de las y los estudiantes, en el Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático I queda referido en el currículum bajo los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para, anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
2. Adapta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
3. Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
4. Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.



# ÍNDICE

Presentación	Pág. 05
Índice	Pág. 06
Evaluación diagnóstica	Pág. 10

PARCIAL

01

Pensamiento  
probabilístico

<b>Progresión. 1</b>	1. La importancia de la Probabilidad y la Estadística	Pág. 12
	2. La importancia de la toma razonada de decisiones	Pág. 16
<b>Progresión. 2</b>	3. La incertidumbre como consecuencia de la variabilidad	Pág. 20
	4. Experimentos aleatorios y espacios muestrales	Pág. 24
<b>Progresión. 3</b>	5. Equiprobabilidad y probabilidad de eventos	Pág. 28
	6. Simulaciones y la probabilidad frecuencial	Pág. 32
<b>Progresión. 4</b>	7. Permutaciones y variaciones	Pág. 36
	8. Combinaciones	Pág. 40
<b>Progresión. 5</b>	9. Probabilidad condicional y teorema de Bayes	Pág. 44
	10. Evaluación sumativa del Parcial 1	Pág. 50
	Rúbrica de desempeño académico del Parcial 1 (Autoevaluación)	Pág. 52
<b>Progresión. 6</b>	11. Estadística descriptiva	Pág. 54
<b>Progresión. 7</b>	12. Gráfica de barras e histograma	Pág. 58
	13. Polígono de frecuencias y gráfica circular	Pág. 64
<b>Progresión. 8</b>	14. Relación entre sí de dos o más variables categóricas	Pág. 70
	15. Test de Chi-cuadrada ( $X^2$ )	Pág. 74
<b>Progresión. 9</b>	16. Correlación de variables cuantitativas	Pág. 78
	17. Coeficiente de correlación de Pearson	Pág. 82
<b>Progresión. 10</b>	18. Valores atípicos	Pág. 86
	19. Variables de confusión	Pág. 90
	20. Evaluación sumativa del Parcial 2	Pág. 94
	Rúbrica de desempeño académico del Parcial 2 (Autoevaluación)	Pág. 96
<b>Progresión. 11</b>	21. Tipos de muestreos	Pág. 98
<b>Progresión. 12</b>	22. Estudio de la muestra	Pág. 102
<b>Progresión. 13</b>	23. Media aritmética	Pág. 108
	24. Mediana	Pág. 112
	25. Moda	Pág. 116
<b>Progresión. 14</b>	26. Rango y desviación media	Pág. 120
	27. Varianza y desviación estándar	Pág. 124
<b>Progresión. 15</b>	28. Distribución normal	Pág. 128
	29. Conversión de una distribución normal a la distribución normal estándar	Pág. 132
	30. Evaluación sumativa del Parcial 3	Pág. 136
	Rúbrica de desempeño académico del Parcial 3 (Autoevaluación)	Pág. 138

PARCIAL

02

Estadística  
descriptiva

PARCIAL

03

Estadística  
inferencial

# ¡CONOCE TU LIBRO!

En esta sección conocerás todos los elementos con los cuales está conformado tu libro. Están diseñados para que te acerquen al conocimiento de manera lúdica y entretenida.

Este libro se estructura con base en las progresiones indicadas en los nuevos programas educativos, los contenidos están diseñados acorde a cada progresión para apoyar a cada sección en el progreso de enseñanza y aprendizaje.



Explorar: Investigar de manera digital.

Enganchar: Captar la atención de los estudiantes.

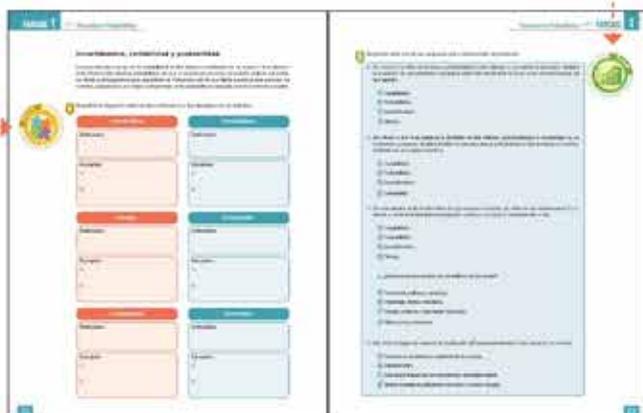
Número de la progresión de estudio.

Título del tema.

Elaborar: Aplicar lo aprendido.

Explicar: Se introducen conceptos y terminología formal.

Evaluar: Valorar el aprendizaje.



## Evaluaciones



La evaluación diagnóstica se presenta al inicio del libro e identifica el conocimiento previo y las habilidades de los estudiantes, permitiendo a las y los docentes adaptar sus estrategias de enseñanza.

La presentación de los contenidos, así como las actividades propuestas, permiten a las y los docentes el poder implementar una evaluación formativa continua, con el objeto de monitorear el progreso y proporcionar retroalimentación a los estudiantes, facilitando ajustes en la enseñanza y mejorando la comprensión y habilidades de los estudiantes.

Finalmente, al concluir cada parcial, se aplica la evaluación sumativa para medir el dominio de los conceptos enseñados, proporcionando una valoración concluyente del aprendizaje que informa sobre el desempeño académico y la efectividad de la instrucción. Estas evaluaciones, en conjunto, garantizan una enseñanza adaptativa, un aprendizaje reflexivo y una medición precisa del progreso estudiantil.

## La Nueva Escuela Mexicana y el Modelo Pedagógico de las 5 Es

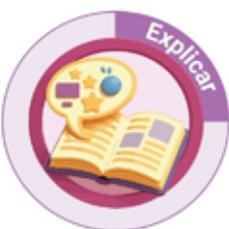
Con el objetivo de proporcionar una educación científica que prepare a las y los estudiantes con suficiente conocimiento básico para que puedan seguir aprendiendo a lo largo de su vida, la enseñanza de las ciencias se enfoca en un conjunto limitado de conceptos centrales que son fundamentales y que apoyan su aprendizaje, junto con el modelo pedagógico de las 5 Es, el cual está basado en la investigación respecto a la efectividad de los ciclos de aprendizaje utilizados en la enseñanza de la ciencia y retoma los principios constructivistas del aprendizaje (Bybee, 2015).



Tiene como objetivo **captar la atención de los estudiantes y activar sus conocimientos previos**. En esta fase, se presenta un estímulo que despierte su curiosidad y los motive a aprender más sobre el tema. Por ello, se presenta una situación contextual, que les permita conectar el nuevo contenido con las experiencias y conocimientos previos, preparándolos mental y emocionalmente para el aprendizaje.



Se brinda a los estudiantes la **oportunidad de investigar y experimentar de manera práctica y autónoma**. Esta etapa fomenta la exploración activa y la colaboración en pequeños grupos, permitiendo que manipulen materiales, observen fenómenos y recopilen datos. Es crucial en esta fase que los estudiantes descubran conceptos y formulen hipótesis a través de la experimentación y la observación directa.



Se introducen **conceptos y terminología formal**, conectando las experiencias prácticas de los estudiantes con el conocimiento científico. Se explican los conceptos de manera clara con el objetivo de reforzar las ideas correctas, proporcionando una base sólida de entendimiento. Así, los estudiantes articulan su comprensión y formulan conceptos claros basados en sus experiencias de exploración.



Los estudiantes se enfrentan a **actividades adicionales** que les desafían a aplicar lo aprendido a situaciones nuevas y más complejas. Esta etapa fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas, y conecta el contenido aprendido con otras áreas del conocimiento y situaciones de la vida real. Es una oportunidad para que los estudiantes vean la relevancia y aplicabilidad de lo que han aprendido.



Esta etapa tiene como objetivo **valorar el aprendizaje de los estudiantes y proporcionar una retroalimentación**. Por ello se incluyen evaluaciones tanto formativas como sumativas, que puedan tomar la forma de rúbrica, proyectos, prácticas y autoevaluaciones. De esta manera reflexionan sobre su propio aprendizaje, identifican áreas de mejora y reciben retroalimentación que les ayuda a progresar.

Cabe mencionar que la evaluación debe ser continua, por lo que puede ocurrir en cualquier etapa del proceso, asegurando que los estudiantes estén comprendiendo y reteniendo la información de manera efectiva.

## Progresiones de aprendizaje en este parcial

### Progresión

1

Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios y de problemáticas complejas que sean significativas para valorar la recolección de datos, su organización y la aleatoriedad.

### Progresión

2

Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y a través de simulaciones considera la frecuencia con la que un evento aleatorio puede ocurrir con la finalidad de tener más información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda.

### Progresión

3

Identifica la equiprobabilidad como una hipótesis que, en caso de que se pueda asumir, facilita el estudio de la probabilidad y observa que cuando se incrementa el número de repeticiones de una simulación, la frecuencia del evento estudiado tiende a su probabilidad teórica.

### Progresión

4

Elige una técnica de conteo (listados, diagramas de árbol, permutaciones, ordenaciones con repetición, ordenaciones sin repetición y combinaciones) para calcular el número total de casos posibles y casos favorables para eventos simples con la finalidad de hallar su probabilidad y con ello generar una mayor conciencia en la toma de decisiones.

Las técnicas de conteo se introducen para entender la probabilidad de eventos aleatorios en los que la expresión explícita de su espacio muestral es poco factible.

### Progresión

5

Observa cómo la probabilidad de un evento puede actualizarse cuando se obtiene más información al respecto y considera eventos excluyentes e independientes para emplearlos en la determinación de probabilidades condicionales.

La introducción de la actualización de probabilidades se hace a través de simulaciones y sólo después se aborda el teorema de Bayes.

1  
PARCIAL

Pensamiento probabilístico



# Evaluación Diagnóstica

## Instrucciones:

Lee detenidamente cada una de las siguientes cuestiones, después, elige la opción que conteste correctamente cada una de las preguntas, enseguida, rellena el alveolo en la hoja de respuestas y que corresponda a la pregunta en la columna de "Evaluación diagnóstica". ■ **Nota:** La hoja de respuesta se encuentra en los anexos del libro.

1. Es un programa informático de hoja de cálculo y parte de la suite Microsoft Office, que permite organizar, analizar y realizar cálculos con datos numéricos, creando tablas, gráficos y funciones para facilitar la gestión.

- A) Formularios de Google B) Excel  
C) Tik Tok D) Instagram

2. ¿Es una aplicación del universo Microsoft 365 que sirve para recopilar datos, poner a pruebas sus conocimientos y analizar los comentarios de sus comunidades?

- A) Forms B) Word  
C) Excel D) Entrevista

3. ¿Cuál de los siguientes instrumentos escritos se utilizan para recabar datos e información de un tema en particular?

- A) Encuesta B) Instructivo  
C) Libro D) Periódico

4. ¿Cuál de las siguientes ramas de las matemáticas utiliza métodos de recolección, análisis, descripción y resumen de datos obtenidos a partir del estudio de casos de la vida cotidiana?

- A) Álgebra B) Probabilidad  
C) Geometría D) Estadística

5. ¿Cuál de las siguientes opciones es una medida de tendencia central?

- A) Área B) Volumen  
C) Promedio D) Varianza

6. ¿Cuál de las siguientes opciones es una medida de dispersión?

- A) Varianza B) Moda  
C) Media aritmética D) Volumen

7. Dado un conjunto de valores ordenados de menor a mayor, ¿con qué nombre se le conoce al valor que se encuentra exactamente a la mitad de ellos?

- A) Media aritmética B) Mediana  
C) Moda D) Rango

8. Conjunto de individuos de la misma especie que ocupan una determinada área geográfica y que son sometidos a una evaluación estadística mediante un muestreo.

- A) Muestra B) Población  
C) Reino D) Comunidad

9. Las calificaciones finales de Jenifer fueron las siguientes: 7, 9, 7, 8, 6, 6, 9, 7, 8, 9. ¿Cuál fue el promedio final de Jenifer?

- A) 7.2 B) 7.6  
C) 8.0 D) 8.4

10. Al encuestar a 15 personas sobre la cantidad de hermanos (hombres) que tienen cada una de ellas, las respuestas fueron las siguientes: 2, 1, 1, 3, 2, 4, 2, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2. ¿Con qué frecuencia respondieron que el número de hermanos (hombres) es 2?

- A) 1 B) 4  
C) 6 D) 15

11. A un grupo de 36 adolescentes se les preguntó por el número de veces que han mentido a sus padres para escaparse a una cita con los amigos y las respuestas fueron: 2, 2, 3, 1, 0, 2, 1, 3, 5, 1, 3, 0, 4, 1, 2, 4, 2, 0, 3, 2, 1, 5, 2, 2, 3, 0, 1, 2, 1, 0, 3, 5, 2, 1, 4, 2. ¿Cuál es el número de mentiras que más se repite entre los adolescentes?

- A) 1                                      B) 2  
C) 3                                      D) 0

12. ¿Cuáles son las siglas del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática y que es uno de los órganos constitucionales autónomos de México?

- A) INEGIM                                B) INEGI  
C) INEAMEX                              D) INEGAM

13. En México, cada 10 años se obtiene un panorama general de la situación social, económica y política en que vive el país mediante una encuesta nacional. ¿Qué nombre recibe dicha encuesta?

- A) Cuestionario                        B) Censo  
C) Programa social                      D) Campaña política

14. ¿Con qué nombre se le conoce al número de veces en que aparece cierto dato en una encuesta?

- A) Moda                                    B) Frecuencia  
C) Promedio                                D) Rango

15. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un "rey de oros" en una baraja española (40 cartas)?

- A) 40                                        B)  $1/40$   
C) 1    D)  $1/4$

16. El número de goles anotados por Lionel Messi durante 19 partidos, fueron los siguientes: 0, 1, 0, 2, 2, 1, 1, 3, 2, 2, 0, 1, 2, 0, 2, 3, 0, 2, 3. ¿Cuál es valor de la mediana de los goles anotados?

- A) 1                                        B) 2  
C) 3                                        D) 0

17. ¿Cuál es la probabilidad de que, al lanzar dos dados al aire, la suma de los puntos de las caras que queden hacia arriba sea 7?

- A)  $1/12$                                       B)  $1/6$   
C)  $7/36$                                       D) 6

18. Un floricultor produce cuatro tipos de flores en maceta para la temporada de invierno. De acuerdo a sus registros; la flor de crisantemo tiene una probabilidad de venta de  $1/10$ , la flor de noche buena  $3/5$ , la cuna de Moisés  $4/20$  y el geranio  $5/50$ . ¿Cuál es la flor que más le conviene producir al floricultor para la próxima temporada invernal?

- A) Crisantemo                            B) Noche buena  
C) Cuna de Moisés                      D) Geranio

19. Estefany se ha propuesto ahorrar \$5,400.00 al año (\$ 900.00 cada bimestre). Para entonces, sólo ha podido hacerlo de la siguiente manera:

Bimestre	Ahorro (\$)
Enero-Febrero	840
Marzo-Abril	1 090
Mayo-Junio	720
Julio-Agosto	900
Septiembre-October	920
Noviembre-Diciembre	$x$

¿Cuánto debe ahorrar el sexto bimestre para cumplir con su propósito?

- A) \$930                                    B) \$900  
C) \$895.00                                D) \$894.00

20. En la siguiente tabla se muestra el número de reproducciones por día de uno de los "TOP" del artista más visto del momento.

Día	No. de reproducciones (miles)
Domingo	36
Lunes	40
Martes	48
Miércoles	54
Jueves	70
Viernes	68
Sábado	64

¿Cuál es la media aritmética de las reproducciones durante la semana?

- A) 55 mil                                    B) 54.28 mil  
C) 48.50 mil                                D) 47 mil

# 1. La importancia de la Probabilidad y la Estadística

## Progresión

01

Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios y de problemáticas complejas que sean significativas para valorar la recolección de datos, su organización y la aleatoriedad. **M1C2**



1 Integrados por parejas, realicen la siguiente dinámica de presentación.

## Dinámica: "Rompehielos"

Es una **dinámica** para adolescentes y jóvenes, sobre todo, cuando se ha empezado un curso escolar, además, puede evitar que algunos jóvenes se sientan marginados o excluidos por los integrantes del grupo.

**Propósito:** "Romper el hielo" y que se conozcan a través de una conversación inicial.

### Desarrollo:

Integrar a los estudiantes en parejas y darles unos cinco o diez minutos para hablar entre ellos y conocerse, indicándoles que cada uno debe conversar durante la misma cantidad de tiempo. Después se pide a cada pareja que comparta con el grupo una característica interesante o atractiva sobre su compañero o compañera.

Es recomendable que se consideren temas de interés para los adolescentes, como:

- Nombre.
- Edad.
- Moda.
- Hobbies.
- Deporte favorito.
- Series de TV.
- Tipo de música.
- Entre otros.



2 Escanea el código QR para ver el siguiente video de las etapas del método estadístico y la importancia de la razonada toma de decisiones.



[Probabilidad y Estadística: Importancia y aplicaciones.](#)



[Se casó que su equipo siempre perdiera, así creó un algoritmo que los hizo ganar.](#)

## Importancia de la probabilidad y la estadística



- 3 De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico, para entender la importancia del método estadístico y la importancia de la toma de decisiones.

La probabilidad y la estadística son dos áreas de estudio independientes, pero, ligadas comúnmente por su facilidad de acoplamiento.

La **estadística** es la rama de las matemáticas que más aplicación tiene en nuestra vida cotidiana. Constantemente se hacen cálculos para determinar: promedios, tendencias en las modas, preferencias a los partidos políticos, equipos de fútbol, el número de enfermos, el número de nacimientos y defunciones, el "status" social de acuerdo a ciertas características, el "rating" de una serie de TV, entre muchos casos más.

El español **Isidoro de Sevilla** (560 - 636) fue un obispo hispano-visigodo, su interés por la estadística radica en la recopilación y clasificación de datos de diversa naturaleza y que presentó en su obra: "Las etimologías".



John Graunt

Años más tarde, la estadística como disciplina matemática comenzó a mediados del siglo XVII con **John Graunt** (1620 - 1674). Graunt fue un administrador del gobierno Londinense muy importante, apasionado por los números, ordenó los registros de la gente de aquella época.

Por ejemplo, en 1632 Graunt organizó los siguientes registros:

Bautizados	Varones - 4 994
	Mujeres - 4 590
	<b>Total: 9 584</b>

Defunciones	Varones - 4 932
	Mujeres - 4 603
	<b>Total: 9 535</b>

Con estos datos, Graunt pudo obtener conclusiones como las siguientes:

- Hay más varones que mujeres.
- Mueren menos mujeres que hombres.
- Son menos las mujeres que son bautizadas.
- El número entre los bautizados y las defunciones mantienen un promedio.

Antes de Graunt, se hacían los registros, pero, no las inferencias a partir de esos registros. Se pueden encontrar más ejemplos en su libro "Natural and political Observations made upon the Bells of Mortality", que es el primer documento histórico en el que se intentó interpretar fenómenos biológicos de masa y de la conducta social.

El alemán **Gottfried Achenwall** (1719 - 1772) comenzó a utilizar la palabra alemana "Statistik" ("Ciencia del Estado"), para designar el análisis de datos estatales. Por lo anterior, se considera que los orígenes de la estadística están relacionados con el gobierno y sus cuerpos administrativos. Por lo tanto, las estadísticas permiten la toma de decisiones dentro del ámbito gubernamental, pero, también en el mundo de los negocios y el comercio.



Gottfried Achenwall



**Pierre Fermat** (1601 – 1655) en correspondencia con **Blaise Pascal** (1623 – 1662) sentaron las bases de la teoría de la probabilidad.

La **probabilidad** es una rama de las matemáticas en la que resalta la característica de probable, es decir, de que algo pueda ocurrir o resultar posible. Se encarga de evaluar y permitir la medición de la frecuencia con la que es probable obtener un cierto resultado en el marco de un procedimiento de carácter aleatorio.

El concepto de probabilidad y el azar ha estado siempre en la mente de las personas. Los juegos con los dados se han practicado ininterrumpidamente desde tiempos antiguos hasta nuestros días. En la actualidad, los casinos tanto físicos como "online", cuentan con una amplísima variedad de juegos de azar: blackjack, ruletas, máquinas tragamonedas o slots, loterías, quinielas, dados, entre otros, que nos muestran cómo la fascinación del hombre por el juego es interminable.



**4** Completa la siguiente tabla con las siete aplicaciones más importantes de la estadística y la probabilidad.

Aplicaciones de la Estadística		7	Aplicaciones de la Probabilidad	
1	<input type="text"/>		1	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	
3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	
4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	
5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	
6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	
7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	

**5** De manera individual, responde las siguientes preguntas que a continuación se plantean.



1. ¿Cómo influye la estadística y la probabilidad en tu vida cotidiana?
2. ¿Por qué consideras importante estudiar la estadística y la probabilidad?
3. ¿Cuál es la diferencia entre una persona que tiene estudios de estadística y probabilidad y otra que no tiene conocimiento de ella?
4. ¿Te agrada el mundo de los negocios? Si  No  ¿Por qué?
5. ¿Qué estudio requieres para decidir por el trabajo o profesión que ejercerás en un futuro y para el resto de tu vida?

## 2. La importancia de la toma razonada de decisiones

### Progresión

01

Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios y de problemáticas complejas que sean significativas para valorar la recolección de datos, su organización y la aleatoriedad. **M1C2**



- 1 De forma individual lee la siguiente situación contextual hipotética, luego, responde las preguntas que se plantean.

### ¿Qué prefieres, música regional mexicana o rock en español?

Juan Luis Guerra es un empresario del espectáculo musical y su negocio consiste en organizar bailes públicos y "shows" para una multitud de personas. Como buen inversionista que es, nunca pierde en sus negocios y como consecuencia, sus eventos son un éxito rotundo.

Las fiestas patrias están próximas a celebrarse en México y Juan Luis ya está trabajando en los preparativos para "El baile del año".

El evento está planeado para llevarse a cabo en el Estadio de beisbol de la ciudad de Toluca y necesita saber que tipo de música prefiere la mayoría del público; si música regional mexicana o rock en español, sobre todo, porque necesita tomar la mejor decisión para que su evento sea un éxito como siempre.

1. ¿Cómo se puede conocer el gusto por la música de las personas que asistirán al baile?
2. ¿Qué decisiones tomarías tú para organizar un evento musical y que éste sea un éxito?
3. ¿Qué tipo de música crees que prefiera la gente para "El baile del año"? ¿Por qué?
4. ¿Por qué es importante la razonada toma de decisiones?
5. ¿Cómo influyen los datos estadísticos en la toma de decisiones?



- 2 Escanea el código QR para ver el siguiente video de las etapas del método estadístico y la importancia de la razonada toma de decisiones.



[Método estadístico y etapas:](#)



[¿Cómo calcular el tamaño de la muestra?](#)

## La importancia de la toma razonada de decisiones

**3** De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico, para poder explicar la importancia del método estadístico y la importancia de la razonada toma de decisiones.

Algunas ocasiones de la vida se han tenido que tomar decisiones importantes. La razonada toma de decisiones, es un proceso mental que se aplica en todos los aspectos de la vida diaria, implica evaluar cuidadosamente las opciones disponibles y considerar los posibles resultados para seleccionar los criterios más interesantes y oportunidades para poder tomar una decisión informada.

Para planificar un evento logístico o algo que se le parezca y que las decisiones sean las más acertadas, se recomienda aplicar un método estadístico.



### Los 7 pasos del método estadístico:

- 1** Definición del problema. → Por ejemplo, ¿qué tipo de música elegir para el baile del año?
- 2** Planificación. → Depende del objetivo que se desee alcanzar. Por ejemplo, que el baile sea un éxito.
- 3** Recopilación de datos. → Es el paso más operativo del proceso y la calidad de las fuentes son trascendentes.
- 4** Crítica de los datos. → Es el momento de hallar errores o inconsistencias que puedan afectar el resultado.
- 5** Resultado de los datos. → Consiste en organizar y contabilizar toda la información posible.
- 6** Presentación de los datos. → Puede ser con números o gráficas, utilizando tablas o infografías para tornar la lectura más agradable.
- 7** Análisis e interpretación de datos. → Es el momento indicado para la toma de decisiones.

La última fase del método estadístico es la más importante y la más delicada. En este punto, todo lo que se recopila, tabula y presenta, se convierte en soluciones e *insights*\* que pueden ser útiles para la razonada toma de decisiones y como consecuencia la solución del problema.

\* **Insight.** Contable, obtener entendimiento de algo.

### El método estadístico en la cadena de suministros

La importancia del **método estadístico** es de gran valor en las cadenas de suministros, siempre está generando datos sobre compras, ventas y comportamientos del consumidor. Por ejemplo, un minorista recopila los datos de la industria y de la competencia, así como sus propios registros de ventas para analizar, interpretar, tener una base sólida y guiada de datos reales, y para tomar decisiones más seguras. En cambio, un fabricante puede organizar su proceso de producción más eficiente en cuestiones de tiempos y aprovechamiento de los recursos. De este modo el minorista puede planificar su pedido en función de las estadísticas de ventas reales, para no quedarse con el inventario parado y el fabricante sepa que cantidad producir.

Las estadísticas empresariales ayudan a descubrir patrones y tendencias de los clientes y otras informaciones útiles para la toma de decisiones.



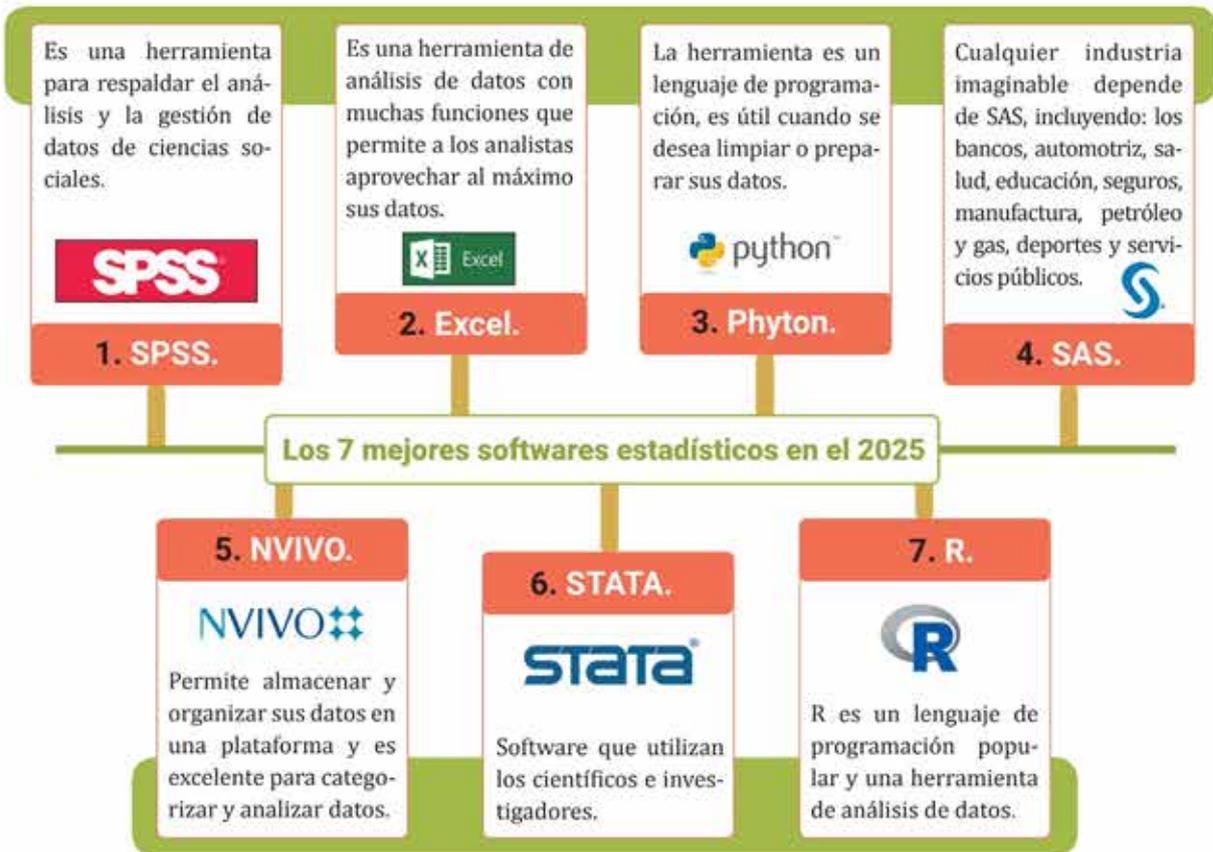


### La tecnología y el método estadístico

La **tecnología** puede optimizar diversas etapas del proceso; automatizar los cálculos y liberar a los especialistas de la parte burocrática, para que puedan dedicarse al análisis e insights. Con las soluciones digitales aplicadas al método estadístico puede ser más simple y asertivo el registro y análisis de datos, proporcionando resultados para que la cadena de suministro continúe operando en el ritmo del consumo.

Según la revista Forbes, los seres humanos generan aproximadamente 2.5 exabytes o 25 000 petabytes de datos por día, eso es una gran cantidad de datos. Sin las herramientas de software estadístico y análisis de datos, resulta casi imposible analizar con precisión toda esa información.

Los **softwares estadísticos** son herramientas que se utilizan para el análisis de la recopilación, organización, análisis, interpretación y presentación de datos.



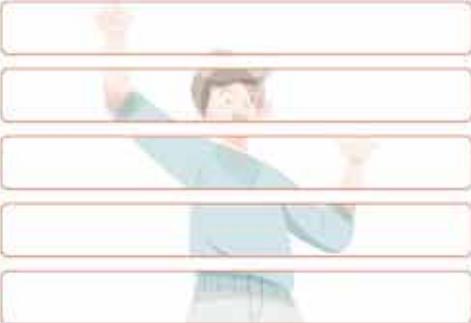
**¿Cómo entrevistar a un millón de personas para saber su gusto por la música?**

Cuando la **población** es demasiado grande, en ocasiones, es casi imposible entrevistar a c/u de las personas, por ello, es recomendable hacer un muestreo o **muestra n**, ésta consiste en tomar únicamente una parte de la población total, pero, con las características necesarias, de tal forma que arroje la información suficiente para tomar las mejores decisiones posibles, tener éxito y evitar el fracaso en la vida.





**4** Completa la siguiente tabla de decisiones acertadas o incorrectas para tu vida personal.

Tomas de decisiones acertadas para tu vida		Tomas de decisiones incorrectas para tu vida	
1		1	
2		2	
3		3	
4		4	
5		5	

**5** Responde a las preguntas que aquí se plantean.

- ¿Cuál de las siguientes etapas de la vida es crucial para la toma de decisiones o elegir un proyecto de vida académico-profesional?
  - Niñez
  - Adolescencia
  - Madurez
  - Vejez
- ¿Cuáles son los factores personales implicados en la toma de decisiones?
  - La autoestima, el pensamiento crítico, la incentiviación y los valores.
  - La economía, la cultura, el estatus social y la educación.
  - Las leyes, la sociedad, las modas y los medios de comunicación.
  - La geografía, el clima, la temperatura y los recursos naturales.
- ¿Cuáles son los dos agentes más importantes que influyen en la toma de decisiones de los adolescentes?
  - Las series de TV y las noticias
  - La familia y los profesores
  - El dinero y los negocios
  - Los amigos y los gustos
- ¿Qué conductas de riesgo pueden tomar los adolescentes al no tener buenas decisiones personales?
  - El consumo de drogas, sexo sin protección, inseguridad vial y violencia.
  - Alcoholismo, emprendimiento, triunfo y éxito.
  - Superación personal, liderazgo, guía espiritual y asesor de finanzas.
  - Consumismo, derroche, ahorro e inversión.
- ¿Son todos los contenidos que están relacionados con las experiencias cercanas de los alumnos para acercarlos a la vida real y son importantes para la toma de decisiones?
  - Individualización
  - Socialización
  - Aprendizaje significativo
  - Metodología motivadora

## Progresiones de aprendizaje en este parcial

### Progresión

6

Selecciona una **problemática o situación de interés** con la finalidad de recolectar información y datos de fuentes confiables e identifica variables relevantes.

### Progresión

7

Analiza **datos categóricos y cuantitativos** de alguna problemática o situación de interés para el estudiantado, a través de algunas de sus representaciones gráficas más sencillas como las gráficas de barras (variables cualitativas) o gráficos de puntos e histogramas (variables cuantitativas).

### Progresión

8

Analiza cómo se relacionan entre sí dos o más **variables categóricas** a través del estudio de alguna problemática o fenómeno de interés para el estudiantado, con la finalidad de identificar si dichas variables son independientes.

### Progresión

9

Analiza dos o más **variables cuantitativas** a través del estudio de alguna problemática o fenómenos de interés para el estudiantado, con la finalidad de identificar si existe correlación entre dichas variables.

### Progresión

10

Cuestiona afirmaciones **estadísticas y gráficas**, considerando valores atípicos (en el caso de variables cuantitativas) y la posibilidad de que existen factores o **variables de confusión**.

2  
PARCIAL

Estadística descriptiva



# 11. Estadística descriptiva

## Progresión

06

Selecciona una **problemática o situación de interés** con la finalidad de recolectar información y datos de fuentes confiables e identifica variables relevantes. **C1M1**



1 De manera grupal, realicen la siguiente dinámica.

### Dinámica: “Pelota de playa”

Es una dinámica para conocerse entre adolescentes y jóvenes. Para grupos muy numerosos es recomendable hacer equipos más pequeños, en caso de que se desee agilizar la dinámica o adaptar el tiempo necesario para hacerlo con todo el grupo.

**Propósito:** Presentarse entre compañeros y conocer temas de su interés.

**Materiales:** Una pelota de playa, de preferencia no demasiado grande, para que se pueda sostener entre las rodillas de las personas.

#### Desarrollo:

Todos los participantes están de pie y formando un círculo. El animador(a) comienza colocándose la pelota entre sus piernas, girando a su derecha, se acerca a otro participante y se presenta diciendo su **nombre completo** y un **tema de su interés**, luego, le pasa la pelota a través de sus rodillas sin meter las manos. Así se continúa con el juego hasta que todos hayan participado o se hayan presentado.



2 Escanea el código QR para ver los siguientes videos de la estadística descriptiva.

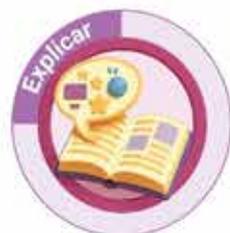


[Todo lo que debes saber de estadística descriptiva.](#)



[Estadística descriptiva.](#)

## Estadística descriptiva



3 De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico, para entender la importancia de la estadística descriptiva, así como de los conceptos fundamentales.

La estadística es una rama de las matemáticas que tienen como propósito reunir, clasificar, analizar y obtener resultados sobre determinados sucesos que tienen características en común.

Para su mejor estudio la estadística se divide en dos ramas:

1. Estadística descriptiva.

2. Estadística inferencial.

La **estadística descriptiva** es un enfoque analítico vital en las matemáticas y la investigación, se encarga de la recopilación, ordenación, representación y síntesis de información numérica con el objetivo de comprender y transmitir de forma clara y eficaz las características más importantes de un suceso. En otras palabras, la estadística descriptiva traduce los datos y los hace más comprensibles.

La **estadística descriptiva** es como una caja de herramientas que usamos todos los días para entender mejor el mundo que nos rodea. La estadística descriptiva tiene muchas aplicaciones, entre las más importantes están:

- Compras inteligentes.
- Planificación del tiempo.
- Redes sociales.
- Salud.
- Política.
- Educación.
- Clima.
- Encuestas.



## Conceptos fundamentales de la estadística descriptiva

■ **Población o universo.** Conjunto de personas u objetos con características comunes que ocupan una determinada área geográfica y que son sometidos a una evaluación estadística mediante un muestreo. Ejemplos de poblaciones: un grupo de votantes, un conjunto de automóviles en una ciudad, un conjunto de animales de una cierta especie y de una zona geográfica en particular, entre otros. Una **población finita** aquella en la que se precisa el número exacto de elementos que conforman el conjunto. Por ejemplo, 30 lápices, 120 personas, entre otros. Una **población infinita** es aquella donde no es posible precisar el número de elementos que conforman el conjunto, por ejemplo, el número de granitos de arena del mar. Una **población hipotética** es aquella en la que se supone una existencia durante un momento determinado.

### POBLACIÓN



■ **Muestra.** Es un subconjunto de la población y que conserva las características de estudio. Para que una muestra sea representativa, debe contener entre aproximadamente el 5% y el 10% de los elementos de la población. Al número de elementos que contiene una muestra se le conoce como **tamaño de la muestra** y se utiliza la letra  $n$  para denotarlo. Por ejemplo: El subconjunto de automóviles rojos, el subconjunto de los perros, el subconjunto de los tornillos defectuosos, entre otros.

### Muestra



■ Una **variable** es una característica observable de un sujeto, objeto o evento que se puede describir según un esquema de medición bien definido. Cada rasgo o aspecto de una población constituye una variable. Por ejemplo, una población puede ser un conjunto de personas y la variable puede ser la edad de las personas.

• Una **variable cuantitativa** es **discreta** si el conjunto de sus posibles valores tiene un número finito de elementos o bien es infinito pero numerable.

Una variable es **cuantitativa** si sus valores son números y representan una cantidad.

• Una **variable cuantitativa** es **continua** si puede tomar todos los valores de un intervalo  $(a, b)$  de números reales.

Una variable es **cualitativa** si sus valores representan una cualidad, atributo o categoría.

### VARIABLES CUANTITATIVAS



### VARIABLES CUALITATIVAS



- Un **censo** es un registro de las características de interés de todos los elementos de una población.
- **Parámetro.** Es una medida que se calcula para describir una característica de una población completa.
- **Estadístico.** En una medida que se calcula para describir una característica a partir de una muestra.
- Una **unidad de observación** es un grupo de elementos de una población del cual es posible obtener su información.
- **Dato.** Cada respuesta a una pregunta es un dato. Los datos también se clasifican como discretos, continuos, cualitativos o cuantitativos, todo depende del tipo de variable que se estudie.



■ **Tamaño de muestra.** La cantidad de elementos presentes en una muestra depende estadísticamente de cuánta confianza se desea lograr en los resultados esperados, a mayor grado de confianza hay un menor grado de error, por lo tanto, si se quiere mayor confianza, la muestra debe ser mayor. El error y la confianza se miden en porcentajes y los más usuales son el 1% y el 5%.

Para los procesos estadísticos prácticos y el cálculo de muestras se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N}{1 + N(e^2)}$$

Donde:

- $N$  = Total de la población.
- $n$  = Tamaño de la muestra.
- $e$  = error máximo.
- 100% = (%) de error + (%) de confianza.

■ Cuando la población sea mayor de 10 000 personas u objetos es recomendable redondear el resultado a milésimos o millonésimos, para que la fórmula sea efectiva.

### Ejemplo 1

En la clínica de una comunidad hay 1 425 pacientes con COVID y se ha decidido hacer un estudio para ver si son críticos o no. ¿Cuál será la cantidad de la muestra a estudiar teniendo en cuenta que se desea saber el 10% de error y el 90% de confianza?

**Solución:**

1. Se obtiene el 10% = 0.1.
2. Se establecen las condiciones:  
 $N = 1425$   
 $n = x$   
 $n = 10\% = 0.1$   
 100% = (10%) de error + (90%) de confianza.
3. Se sustituyen los datos en la fórmula:

$$n = \frac{N}{1 + N(e^2)}$$

$$n = \frac{1425}{1 + (1425)(0.1^2)}$$

$$n = \frac{1425}{1 + (1425)(0.01)}$$

$$n = \frac{1425}{1 + (14.25)}$$

$$n = \frac{1425}{15.25}$$

$$n = 93.44$$

Lo que significa que si se quiere tener un 90% de confianza en el estudio de los pacientes para determinar si son críticos o no, deberán tomarse al menos 93 pacientes de los 1 425 que hay en la clínica.

### Ejemplo 2

Un partido político desea conocer el grado de aceptación que tiene el Estado de Oaxaca con 570 municipios. ¿Cuál será la cantidad de los municipios a considerar en la muestra teniendo en cuenta que se desea saber el 5% de error y el 95% de confianza?

**Solución:**

1. Se obtiene el 5% = 0.05.
2. Se establecen las condiciones:  
 $N = 570$   
 $n = x$   
 $n = 5\% = 0.05$   
 100% = (5%) de error + (95%) de confianza.
3. Se sustituyen los datos en la fórmula:

$$n = \frac{N}{1 + N(e^2)}$$

$$n = \frac{570}{1 + (570)(0.05^2)}$$

$$n = \frac{570}{1 + (570)(0.0025)}$$

$$n = \frac{570}{1 + (1.425)}$$

$$n = \frac{570}{2.425}$$

$$n = 235.05$$

Lo que significa que si se quiere tener un 95% de confianza en conocer por la preferencia del partido político de entre la población, deberán tomarse al menos 235 municipios de muestra de los 570 que hay en el estado de Oaxaca.

4 Completa los siguientes cuadros con aplicaciones y ejemplos de la estadística descriptiva.

7 Aplicaciones de la estadística descriptiva:		Ejemplos:	
1	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>	→	<input type="text"/>



5 De manera individual, resuelve la siguiente situación, luego, en plenaria, expongan sus soluciones para retroalimentar las respuestas de la misma.

1. Para ser beneficiaria(o) del programa de becas escolares, el encargado del sector, encuestó a 50 estudiantes que representan el 8% de la comunidad escolar de una secundaria del Estado. ¿Cuál es el tamaño de la población estudiantil de la escuela secundaria donde se llevó la encuesta?
2. Un supervisor del control de calidad tomó una caja de 60 clavos y una muestra para verificar que la caja no contenga clavos defectuosos y no se devuelvan. ¿De qué tamaño debe ser la muestra si quiere tener un 99% de confianza y un 1% de error?
3. Las autoridades municipales encuestaron a 60 niños en la Alameda Central, con el propósito de conocer sus preferencias sobre el festival del "Día del niño". Si dicha muestra representa el 6% de la población, ¿cuántos niños son en la población total?
4. Rodrigo desea organizar un baile público en la comunidad para celebrar el "Año Nuevo", por lo que entrevistó a 86 personas adultas, de las cuales el 40% prefiere la música gruperá, el 35% música norteña con banda y el resto un género diferente, además, el 60% afirmó que asistirá al evento si los grupos son de su agrado. Si la comunidad es de 3 440 personas mayores de edad, explique si la muestra es representativa y si es confiable tomar una decisión para el evento a partir de los resultados obtenidos.



## 12. Gráfica de barras e histograma

### Progresión

07

Analiza **datos categóricos y cuantitativos** de alguna problemática o situación de interés para el estudiantado, a través de alguna de sus representaciones gráficas más sencillas como las gráficas de barras (variables cualitativas) o gráficos de puntos e histogramas (variables cuantitativas). **C2M1**



**1** Integrados en equipos de tres personas, lean, analicen y reflexionen la siguiente situación, luego, respondan las preguntas que se plantean.

### “50 aniversario”

El sindicato de transportistas del servicio público “Taxistas”, con motivo de los 50 años de su fundación ha decidido celebrar con un desfile e involucrar a todos sus afiliados (16 400 afiliados), como no es posible encuestar a todos ellos para decidir por los colores y tallas de los uniformes del desfile, los organizadores de dicho evento están tratando de resolver el caso.

■ Imagina que eres un integrante de la organización...



**1.** ¿Cómo harías para saber la preferencia de colores y de tallas de los uniformes de los afiliados?

**2.** ¿Qué tipo de gráfico puede ayudar a resolver mejor el caso de las tallas de los uniformes?

**3.** En caso de tomar muestras, ¿de qué tamaño tendría que ser la muestra para tener un mayor porcentaje de asertividad para los colores y las tallas de las personas?

**4.** Menciona al menos tres tipos de gráficos que ayuden a organizar cierta información numérica.



**2** Escanea el código QR para ver los videos de gráficos estadísticos.



[Gráficos estadísticos](#)  
(Curso completo).



[Diferencias entre gráfica de barras e histograma.](#)

## Gráfica de barras e histograma

**3** De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico para comprender cómo la organización y presentación de datos puede hacerse e interpretarse mejor mediante un gráfico estadístico.

Organizar y presentar datos es un proceso que consiste en ordenar y resumir información para facilitar su análisis y comprensión. Es una habilidad fundamental en la investigación y en la toma de decisiones.



<b>Objetivo:</b>	Facilitar la lectura, análisis y la interpretación de datos.
<b>Herramientas:</b>	Tablas, gráficos, cuadros, mapas, textos.
<b>Importancia:</b>	Ayuda a tomar decisiones informadas y estratégicas.
<b>Beneficios:</b>	Permite identificar patrones, tendencias y sesgos.
<b>Aplicaciones:</b>	Es fundamental en la investigación, en la estadística y en la gestión de datos.

### Pasos que se sugieren para organizar y presentar datos

- 1 Recopilar los datos del caso o evento.
- 2 Clasificar los datos según el criterio u objetivo establecido.
- 3 Resumir los datos en tablas, cuadros, gráficos o mapas.
- 4 Identificar los símbolos, patrones o colores utilizados en los gráficos.
- 5 Presentar los datos en orden o jerarquía.
- 6 Anotar las conclusiones que relacionan los resultados con los objetivos de la investigación.

### Tipos de gráficos que se pueden utilizar para presentar datos



**Gráfica de barras**

La **gráfica de barras**, es una representación gráfica que consiste en trazar rectángulos separados en un plano bidimensional, todos sobre una recta horizontal. La base de los rectángulos es constante y pequeña. Existen diversos modelos de gráficas de barras, pero, la más común es la que presenta leyendas, valores, frecuencias y ejes coordenados.

**Ejemplo 1**

Julieta quiso saber que hicieron sus 15 amigos durante las vacaciones, por lo que les hizo la pregunta, ¿cuál fue tu actividad preferida durante las vacaciones? Las respuestas fueron las siguientes: escuchar música, ver televisión, leer, escuchar música, dormir, ver televisión, escuchar música, salir a pasear, ver televisión, leer, ver televisión, leer, escuchar música, salir a pasear, y ver televisión.

Organiza los datos en una tabla de frecuencias y traza una gráfica de barras.

**Solución:**

1. Elaborar una tabla de frecuencias con los datos:

Actividad	Tabulación	Frecuencia ( $f_i$ )
(E) Escuchar música		4
(V) Ver televisión		5
(L) Leer		3
(D) Dormir		1
(S) Salir a pasear		2
Total:		n = 15

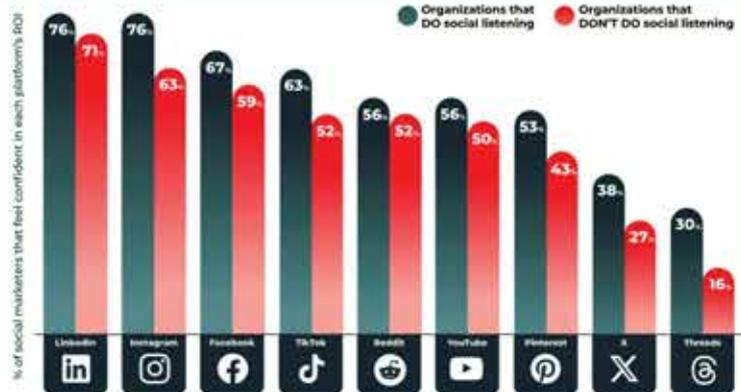
2. Trazar la gráfica de barras.



**Ejemplo 2**

De acuerdo a la "Encuesta de Porcentaje de oyentes sociales frente a no oyentes que confían en el ROI (Retorno de la inversión) de cada plataforma de tendencias de redes sociales de Hootsuite para 2025".

¿Cuál es la plataforma de mayor y menor porcentaje de oyentes sociales que



Muestra: 3864 encuestados.

Fuente: Encuesta de tendencias de redes sociales de Hootsuite para 2025.

## Histograma

El término **histograma** fue creado por el matemático inglés **Karl Pearson** (1857 -1936).



Karl Pearson

### Los histogramas se caracterizan por lo siguiente:

- Permiten cotejar la frecuencia estadística de un suceso con una variable cuantitativa.
- Ubican siempre en el eje  $y$  la frecuencia estadística y en el eje  $x$  la variable a estudiar.
- A menudo se señala la marca de clase, es decir, la mitad del intervalo en que se agrupan los datos.

### Ejemplo 3

Julieta quiso saber que hicieron sus 15 amigos durante las vacaciones, por lo que les hizo la pregunta, ¿cuál fue tu actividad preferida durante las vacaciones? Las respuestas se muestran en la siguiente tabla de frecuencias:

Actividad	Frecuencia ( $f_i$ )
(E) Escuchar música	4
(V) Ver televisión	5
(L) Leer	3
(D) Dormir	1
(S) Salir a pasear	2
	$n = 15$

Con los datos anteriores elabora un histograma.

### Solución:

1. Trazar el histograma.





**4** Realiza la siguiente encuesta en tu grupo de clase para conocer el sabor de helado preferido por todos tus compañeros, con los datos obtenidos, elabora una tabla de frecuencia y traza una gráfica de barras así como un histograma.

¿Cuál de los siguientes sabores de helado es tu preferido?

- a) Limón
- b) Cajeta
- c) Fresa
- d) Queso
- e) Mango
- f) Chocolate
- g) Pistache

Tabla de frecuencias:

Sabor	Frecuencia ( $f_i$ )
Limón	
Cajeta	
Fresa	
Queso	
Mango	
Chocolate	
Pistache	
n =	

Gráfica de barras

Histograma



**5** De manera individual, responde las siguientes situaciones que se plantean.

1. Los siguientes datos, corresponden a las ventas de árboles Bonsái vendidos en las primeras 20 semanas del año por "Sensei Kenjin Bonsái". Organiza los datos en una tabla de frecuencia y traza una gráfica de barras.

70	90	60	100	70
80	90	70	100	70
60	70	80	80	80
60	90	70	80	90

No. de bonsái	Frecuencia ( $f_i$ )

**VENTAS DE BONSAÍS**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**No. de Bonsáis**

a) ¿Cuál es el número de árboles Bonsái más vendidos por semana?

b) ¿Cuál es el número de árboles Bonsái menos vendidos por semana?

2. Juanita vende zapatos por catálogo y para tener mejor control de las ventas registró los pares de zapatos vendidos por día. Organiza los datos en una tabla de frecuencias y traza un histograma.

8	10	9	9	10	8
12	9	9	11	12	8
11	12	9	11	11	11
8	9	9	10	8	10

Pares de zapatos vendidos	Frecuencia ( $f_i$ )

**Venta de zapatos**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Números de zapatos vendidos**

¿Cuál es el número de pares de zapatos más vendidos por semana?

\_\_\_\_\_

## Progresiones de aprendizaje en este parcial

### Progresión 11

Valorar las ventajas y limitaciones de los **estudios observacionales** y compararlos con el diseño de experimentos, a través de la revisión de algunos ejemplos tomados de diversas fuentes.

### Progresión 12

Identifica, ante la imposibilidad de **estudiar la totalidad de una población**, la opción de extraer información de ésta a través del empleo de técnicas de muestreo, en particular, valora la importancia de la aleatoriedad al momento de tomar una muestra.

### Progresión 13

Describe un fenómeno, problemática o situación de interés para el estudiantado utilizando las **medidas de tendencia central** (media, mediana y moda) y **de dispersión** (desviación estándar, varianza, rango intercuartil, etc.) adecuadas al contexto y valora que tipo de conclusiones puede extraer a partir de dicha información.

### Progresión 14

Explica un evento aleatorio cuyo comportamiento puede describirse a través del estudio de la **distribución normal** y calcula la probabilidad de que dicho evento suceda.

### Progresión 15

Valora la posibilidad de hacer inferencias a partir de la revisión de algunas **propiedades de la distribución normal** y del sentido de la estadística inferencial con la finalidad de modelar y entender algunos fenómenos.

3  
PARCIAL

# Estadística inferencial



## 21. Tipos de muestreo

### Progresión

11

Valorar las ventajas y limitaciones de los **estudios observacionales** y compararlos con el diseño de experimentos, a través de la revisión de algunos ejemplos tomados de diversas fuentes. **C4M1**



- 1 Integrados en equipos de 4 compañeros, lean y reflexionen el siguiente texto, luego, llenen los siguientes cuadros.

### “Sembrando vida”

El Gobierno Federal puso en marcha el programa “Sembrando vida” con la finalidad de crear comunidades rurales sustentables a través de la siembra de árboles frutales y maderables, la implementación de sistemas agroforestales y el apoyo a la producción local, con el propósito de combatir la pobreza y la conservación del medio ambiente. Este programa opera en 24 estados de la República Mexicana. En la última reunión que tuvieron los reponsables de operar dicho programa, se plantearon las siguientes opciones para recopilar la información.

1. Preguntar sólo a las comunidades del sur del país.
  2. Preguntar sólo a las comunidades de los estados más pobres de la República Mexicana.
  3. Preguntar a una comunidad de cada estado del país.
  4. Preguntar a las 10 primeras comunidades de forma aleatoria y que aparezcan en la lista de los estados con mayor índice de pobreza.
- Completa los siguientes cuadros de ventajas y desventajas.



	Opción	Ventaja	Desventaja
1	Preguntar sólo a las comunidades del sur del país.	Se invierte menos recursos, porque son pocos.	No se consideran todos los estados y no se lograría el propósito del programa.
2			
3			
4			



Realizando un muestreo aleatorio simple en Excel de un conjunto de edades.



Cómo calcular el tamaño de la muestra para una población finita e infinita.

2 Escanea el código QR para ver los siguientes videos de muestreo.



## Tipos de muestreo

3 De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico, para entender la importancia de los tipos de muestreo, así como de los conceptos fundamentales.

Cuando se estudia una población, regularmente, no es posible encuestar a todos sus elementos debido a las limitaciones de los recursos. En casos como este se emplea una técnica de muestreo.

El **muestreo** consiste en seleccionar una parte representativa de la población y obtener información de los integrantes de la población. En estos casos, se utiliza el muestreo aleatorio, en el que los elementos que formarán la muestra son seleccionados al azar. La aleatoriedad es importante al momento de tomar la muestra porque asegura que ésta sea representativa de la población.



### Tipos de muestreo

#### Aleatorio o probabilístico

##### Aleatorio simple

Consiste en seleccionar elementos de la población al azar.

**Ejemplo:** un equipo de marketing desea saber sobre las preferencias de los consumidores.

##### Sistemático

Utiliza un patrón sistemático para elegir elementos.

**Ejemplo:** Una empresa quiere encuestar a 1000 clientes de una población de 10,000. Deciden seleccionar un cliente cada 10. Primero el 7, 17, 27, 37...

##### Estratificado

Divide la población en grupos homogéneos antes de seleccionar la muestra.

**Ejemplo:** Estudiar las preferencias de los estudiantes de una escuela en relación con la alimentación saludable.

##### Conglomerado

Selecciona grupos en lugar de individuos.

**Ejemplo:** Cuando una empresa quiere evaluar la satisfacción de los clientes en diferentes ciudades del país.

#### No aleatorio o probabilístico

##### Convivencia

Los elementos se seleccionan por su inclusión en la muestra porque son las de más fácil acceso.

**Ejemplo:** Encuestar a estudiantes en un aula porque son fáciles de contactar.

##### Incidental

Los individuos son seleccionados de forma no aleatoria y sin ningún criterio previo, simplemente porque están disponibles o se encuentran en un lugar determinado.

**Ejemplo:** Encuesta realizada a personas que se encuentran en la entrada de un centro comercial.

##### Voluntarios

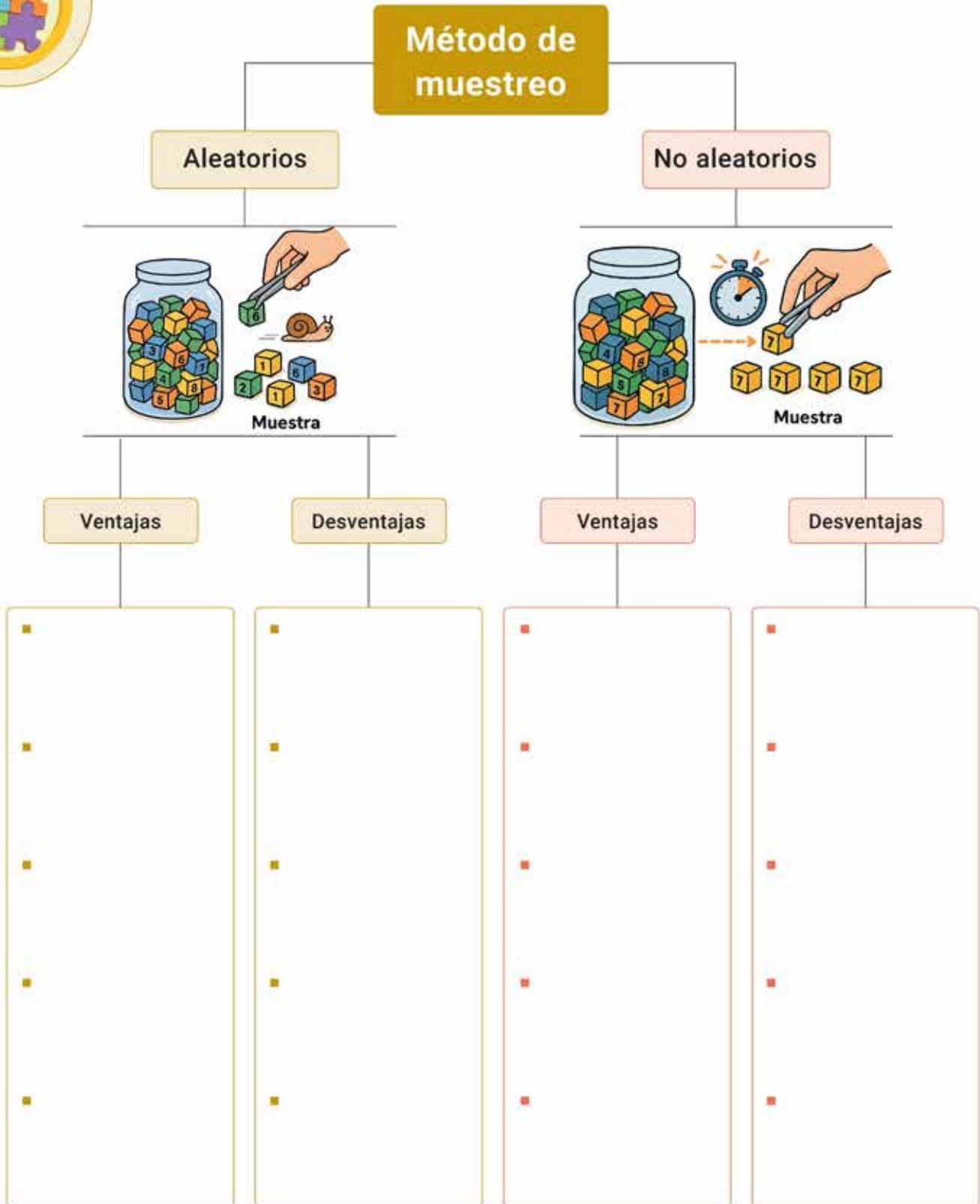
Los integrantes de la muestra deciden voluntariamente unirse a la investigación.

**Ejemplo:** Encuesta de satisfacción del cliente.



4

Completa el siguiente diagrama, escribiendo las ventajas y desventajas de los métodos de muestreo.



5

De manera individual, resuelve la siguiente evaluación de tipos de muestreo.



1. ¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor al muestreo aleatorio simple?
  - a) Todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser seleccionados para ser parte de la muestra.
  - b) Utiliza un patrón sistemático para elegir elementos.
  - c) Selecciona conglomerados en lugar de individuos.
  - d) Divide la población en grupos homogéneos antes de seleccionar la muestra.
2. ¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor al muestreo estratificado?
  - a) Todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser seleccionados para ser parte de la muestra.
  - b) Utiliza un patrón sistemático para elegir elementos.
  - c) Selecciona conglomerados en lugar de individuos.
  - d) Divide la población en grupos homogéneos antes de seleccionar la muestra.
3. ¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor al muestreo no probabilístico o incidental?
  - a) Los individuos son seleccionados de forma no aleatoria y sin ningún criterio previo, simplemente porque están disponibles o se encuentran en un lugar determinado.
  - b) Utiliza un patrón sistemático para elegir elementos.
  - c) Los integrantes de la muestra deciden voluntariamente unirse a la investigación.
  - d) Divide la población en grupos homogéneos antes de seleccionar la muestra.
4. ¿Cuál de las siguientes opciones pertenece a un muestreo aleatorio sistemático en una investigación sobre las preferencias de alimentos de los 1850 alumnos que conforman la comunidad escolar?
  - a) Preguntar a los alumnos; 5, 10, 15, 20,... y así sucesivamente.
  - b) Preguntar a los primeros 50 alumnos que se inscriban.
  - c) Hacer grupos pequeños de alumnos de cada uno de los grupos.
  - d) Analizar las ordenes que se hacen durante cierto número de días escolares.
5. Una compañía del servicio de telefonía móvil ha mostrado sus registros de llamadas y mensajes de sus usuarios de 20 de los 31 estados de la República Mexicana y la CDMX. Después de un mes se logró identificar que el 75% hace uso del servicio. ¿Cuál de las siguientes opciones es válida?
  - a) El 75% de 20 de los 31 estados de la República Mexicana y la CDMX hacen uso de la telefonía móvil.
  - b) El 25% de 20 de los 31 estados de la República Mexicana y la CDMX hacen uso de la telefonía móvil.
  - c) El 75% de 20 de los 31 estados de la República Mexicana y la CDMX no hacen uso de la telefonía móvil.
  - d) Aproximadamente el 75% de 20 de los 31 estados de la República Mexicana y la CDMX hacen uso de la telefonía móvil.

## 22. Estudio de la muestra

### Progresión

12

Identifica, ante la imposibilidad de **estudiar la totalidad de una población**, la opción de extraer información de ésta a través del empleo de técnicas de muestreo, en particular, valora la importancia de la aleatoriedad al momento de tomar una muestra. **C3M3**



1 De manera grupal, lean y reflexionen respecto a la presente situación, luego, respondan a las preguntas que se plantean.

### “Ayudando ando”

El reto es que evalúen la necesidad y la importancia de solicitar y brindar ayuda para alcanzar metas comunes a nivel grupal, escolar y social.

A través de las redes sociales, los periodistas que acompañan a la caravana de migrantes dieron a conocer las condiciones en las que viajan personas de Centroamérica por el territorio nacional. Entre los que se trasladan, van familias completas, parientes, amigos y personas de manera individual, todos ellos en busca de mejores condiciones de vida, sin embargo, al llegar a los Estados Unidos de América, las niñas y los niños son separados de sus padres para ser deportados. Por eso, los migrantes han solicitado apoyo al gobierno y al pueblo de México. Por lo que, muchos traductores, cocineras, médicos, abogados, donadores de ropa, maestros, entre otros, se han sumado al apoyo de las familias de migrantes.



1. ¿Qué crees que pasaría si los migrantes no denunciaran lo que les ocurre?
2. ¿Por qué crees que piden ayuda a México a pesar de que no conocen a nadie?
3. ¿Por qué crees que los habitantes de México ayudan sin importar si conocen o no a los migrantes?
4. ¿Has pertenecido a algún grupo de apoyo a personas necesitadas independientemente de que sean migrantes o no?



2 Escanea el código QR para ver los siguientes videos de la estadística descriptiva.



[Tamaño de muestra, peso a peso.](#)



[Cómo calcular el tamaño de la muestra para una población finita e infinita.](#)

## Ventajas y desventajas de los estudios observacionales

**3** De manera individual, lee y analiza el siguiente contenido teórico, para entender la importancia de las ventajas y desventajas de los estudios observacionales.

Los estudios observacionales tienen ventajas como: reducción de costos, generalización de la población real, la posibilidad de estudiar casos a largo plazo, pero, también presentan limitaciones como: la dificultad para establecer variables causales, la susceptibilidad a sesgos y la imposibilidad de manipular las variables de confusión.

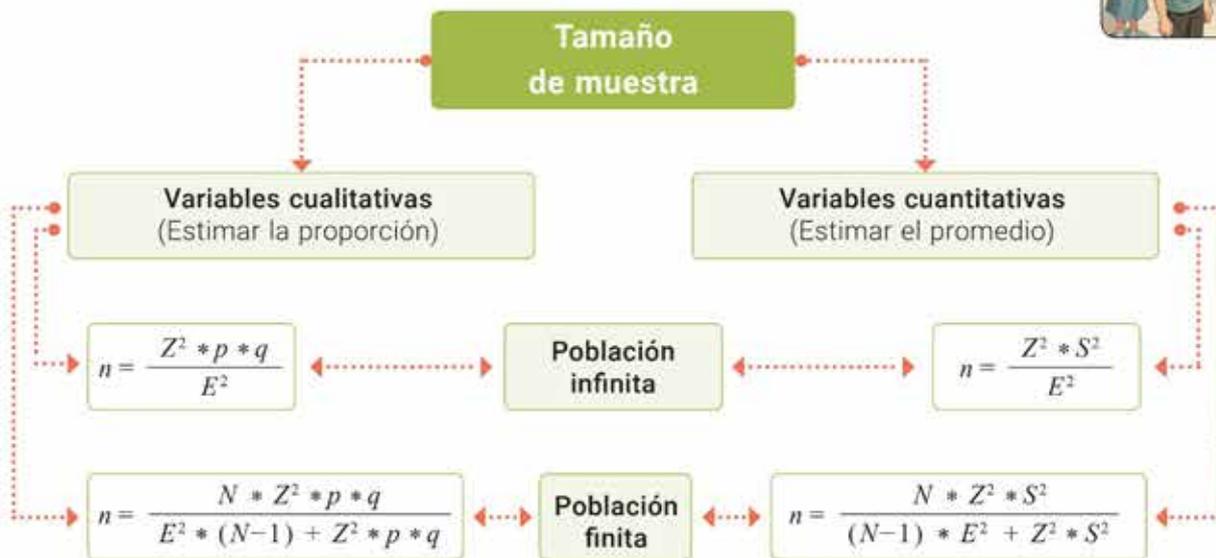


### Estudio de la muestra

Para la toma de muestra se deben considerar dos tipos de poblaciones:

- 1. Población finita.** Es aquella que está formada por un número limitado de elementos. Por ejemplo, el número de estudiantes de un bachillerato.
- 2. Población infinita.** Es aquella que está compuesta por un número extremadamente grande de elementos y donde no se puede contar el número de estos. Por ejemplo, el número de gotas de agua del océano.

Una **muestra** es un subconjunto de la población. Es el número de elementos o sujetos que componen la muestra representativa de una población. Una muestra es representativa porque tiene un nivel de confianza y un margen de error, con base a ello, se pueden inferir los resultados de la investigación.



**Donde:**  
 n = Tamaño de muestra buscado.  
 N = Tamaño de la población o Universo.  
 Z = Parámetro estadístico que depende el nivel de confianza (NC).  
 E = Error de estimación aceptado.  
 p = Probabilidad de que ocurra el evento estudiado (éxito).  
 q = (1 - p) = Probabilidad de que no ocurra el evento esperado.  
 S<sup>2</sup> = Varianza.

**Ejemplo 1**

Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar la proporción de estudiantes de la EPO 111 que toman refresco frecuentemente. Con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%. Cuando no se tiene el total de la población, se puede deducir que ésta es infinita. Por lo tanto, en este caso, la población es infinita y la variable es cualitativa.

**Solución:**

<p><b>1.</b> Determinar la fórmula:</p>	→	$n = \frac{Z^2 * p * q}{E^2}$																						
<p><b>2.</b> Determinar el valor de Z:</p> <p>El valor de <math>Z = 1.96</math> se puede obtener de las tablas matemáticas de la distribución normal de la campana de Gauss y se encuentran en los libros de estadística o en la web.</p>	→	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Nivel de confianza = NC = 95%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>90%</td><td>1.645</td></tr> <tr><td>91%</td><td>1.663</td></tr> <tr><td>92%</td><td>1.681</td></tr> <tr><td>93%</td><td>1.699</td></tr> <tr><td>94%</td><td>1.71</td></tr> <tr><td><b>95%</b></td><td><b>1.96</b></td></tr> <tr><td>96%</td><td>2.06</td></tr> <tr><td>97%</td><td>2.08</td></tr> <tr><td>98%</td><td>2.101</td></tr> <tr><td>99%</td><td>2.575</td></tr> </tbody> </table>	Nivel de confianza = NC = 95%		90%	1.645	91%	1.663	92%	1.681	93%	1.699	94%	1.71	<b>95%</b>	<b>1.96</b>	96%	2.06	97%	2.08	98%	2.101	99%	2.575
Nivel de confianza = NC = 95%																								
90%	1.645																							
91%	1.663																							
92%	1.681																							
93%	1.699																							
94%	1.71																							
<b>95%</b>	<b>1.96</b>																							
96%	2.06																							
97%	2.08																							
98%	2.101																							
99%	2.575																							
<p><b>3.</b> El margen de error lo establece el investigador, en este caso se tiene:</p>	→	$E = 7\% = 0.07$																						
<p><b>4.</b> Cuando no se conoce la probabilidad de que ocurra el caso, regularmente, se le coloca el 50% de que ocurra y el 50% de que no ocurra, por lo tanto:</p>	→	$p = 50\% = 0.5$ $q = (1 - p) = 50\% = 0.5$																						
<p><b>5.</b> Sustituir los valores en la fórmula y simplificar las operaciones:</p>	→	$n = \frac{Z^2 * p * q}{E^2}$ $n = \frac{(1.96)^2 * 0.5 * 0.5}{(0.07)^2}$ $n = \frac{0.9604}{0.0049}$ $n = 196$																						

Por lo tanto, la muestra debe ser de 196 estudiantes para calcular la proporción de estudiantes que consumen refresco frecuentemente con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%.

## Ejemplo 2

Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar la proporción de estudiantes del CBT Lic. Mario Colín Sánchez, Atlacomulco, que comen "Sándwich" frecuentemente en el receso. Con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%. Si  $N = 15\ 000$ , y  $p = 30\%$ . Como en este caso se conoce el total de la población, entonces, la situación es finita y la variable es cualitativa.

**Solución:**

1. Determinar la fórmula:

$$n = \frac{N * Z^2 * p * q}{E^2 * (N-1) + Z^2 * p * q}$$

2. Establecer las condiciones:

$$Z = 1.96$$

$$E = 7\% = 0.07$$

$$p = 30\% = 0.3$$

$$q = (1 - 0.3) = 0.7 = 70\%$$

3. Sustituir los valores en la fórmula y simplificar las operaciones:

$$n = \frac{15\ 000 * (1.96)^2 * 0.3 * 0.7}{(0.07)^2 * (15\ 000 - 1) + (1.96)^2 * 0.3 * 0.7}$$

$$n = \frac{15\ 000 * 3.8416 * 0.3 * 0.7}{0.0049 * 14\ 999 + 3.8416 * 0.3 * 0.7}$$

$$n = \frac{12\ 101.04}{74.3018}$$

$$n = 162.86$$

$$n \approx 163$$

Por lo tanto, la muestra debe ser de 163 estudiantes para calcular la proporción de estudiantes que comen "Sándwich" frecuentemente en el receso con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%, si la población es de 15 000 estudiantes y la probabilidad de que se tenga éxito es del 30%.

## Ejemplo 3

Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar el promedio de un lote de 600 tubos de PVC, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%. Como se tiene el total de la población, en este caso, la población es finita y la variable es cuantitativa.

**Solución:**

1. Determinar la fórmula:

$$n = \frac{N * Z^2 * S^2}{(N-1) * E^2 + Z^2 * S^2}$$

2. Establecer las condiciones:

$$N = 600$$

$$Z = 2.575$$

$$e = 3mm$$

$$S^2 = 144mm$$

$$S = \sqrt{144mm}$$

$$S = 12mm$$

3. Sustituir los valores en la fórmula y simplificar las operaciones:

$$n = \frac{600 * (2.575)^2 * 144}{(600 - 1) * 3^2 + (2.575)^2 * 144}$$

$$n = \frac{572\ 886}{6\ 345.81}$$

$$n = 90.27$$

$$n \approx 91$$

Por lo tanto, la muestra debe ser de 91 tubos de PVC para calcular el tamaño promedio de un lote de 600, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%.



**Ejemplo 4**

Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar el promedio de tornillos de un lote de fabricación, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%. Como no se tiene el total de la población, en este caso, la población es infinita y la variable es cuantitativa.

**Solución:**

<p><b>1.</b> Determinar la fórmula:</p>		$n = \frac{Z^2 * S^2}{E^2}$																						
<p><b>2.</b> Determinar el valor de Z:</p> <p>El valor de <math>Z = 2.575</math> se obtiene de las tablas matemáticas de la distribución normal de la campana de Gauss y se encuentra en los libros de estadística o en la web.</p>		<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Nivel de confianza = NC = 95%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>90%</td><td>1.645</td></tr> <tr><td>91%</td><td>1.663</td></tr> <tr><td>92%</td><td>1.681</td></tr> <tr><td>93%</td><td>1.699</td></tr> <tr><td>94%</td><td>1.71</td></tr> <tr><td>95%</td><td>1.96</td></tr> <tr><td>96%</td><td>2.06</td></tr> <tr><td>97%</td><td>2.08</td></tr> <tr><td>98%</td><td>2.101</td></tr> <tr style="background-color: #d9ead3;"><td>99%</td><td>2.575</td></tr> </tbody> </table>	Nivel de confianza = NC = 95%		90%	1.645	91%	1.663	92%	1.681	93%	1.699	94%	1.71	95%	1.96	96%	2.06	97%	2.08	98%	2.101	99%	2.575
Nivel de confianza = NC = 95%																								
90%	1.645																							
91%	1.663																							
92%	1.681																							
93%	1.699																							
94%	1.71																							
95%	1.96																							
96%	2.06																							
97%	2.08																							
98%	2.101																							
99%	2.575																							
<p><b>3.</b> El margen de error:</p>		$E = 3mm$																						
<p><b>4.</b> El valor de la varianza (<math>S^2</math>) se puede obtener mediante una encuesta piloto, de un censo, de una investigación realizada con anterioridad, en este caso:</p>		$S^2 = 144mm$ $S = \sqrt{144mm}$ $S = 12mm$																						
<p><b>5.</b> Sustituyendo los valores en la fórmula y simplificar las operaciones:</p>		$n = \frac{Z^2 * S^2}{E^2}$ $n = \frac{(2.575)^2 * 144}{(3)^2}$ $n = \frac{954.81}{9}$ $n = 106.09$ $n \approx 106$																						

Por lo tanto, la muestra debe ser de 106 tornillos para calcular el tamaño promedio de un tornillo en un lote de fabricación, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%.

**4** Completa la siguiente tabla, en ella, escribe las ventajas y desventajas de los estudios observacionales.

Estudios observacionales	
Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> <li>■</li> <li>■</li> <li>■</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■</li> <li>■</li> <li>■</li> </ul>



**5** De manera individual, resuelve la siguiente evaluación, luego, en plenaria, expongan sus soluciones para retroalimentar sus respuestas.

**1.** Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar la proporción de personas que escuchan "corridos tumbados" frecuentemente. Con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%. Considere que la población es infinita y la variable es cualitativa.

**2.** Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar la proporción de mujeres que compran productos de belleza frecuentemente. Con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 7%. Si  $N = 15\,000$ , y  $p = 30\%$ . Considere que la población es finita y la variable es cualitativa.

**3.** Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar el promedio de tuercas de un lote de fabricación, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%. Considere que la población es infinita y la variable es cuantitativa.

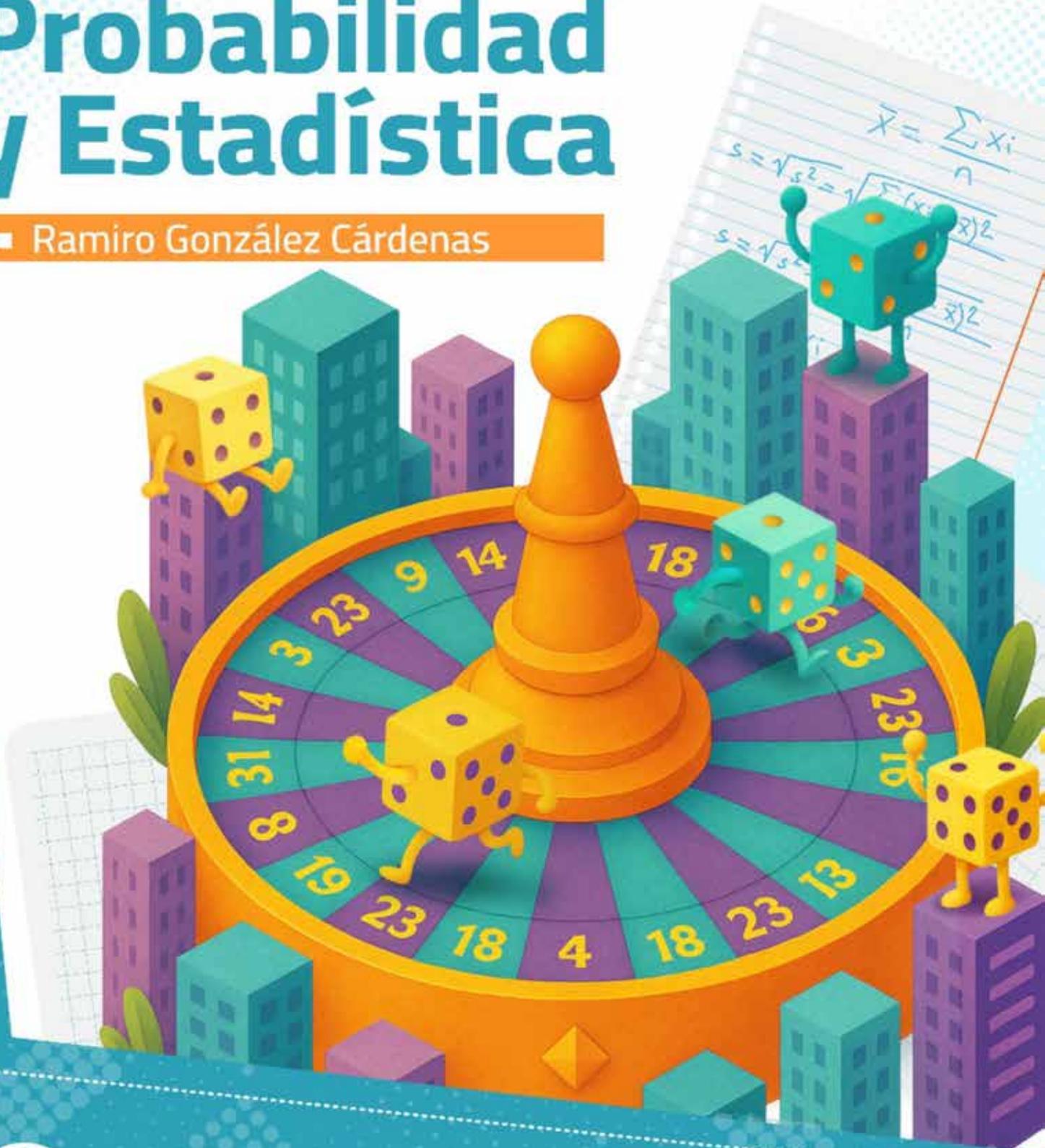
**4.** Calcular el tamaño de muestra, si se desea estimar el promedio de un lote de 600 rondanas, con un error máximo de estimación de 3mm y un nivel de confianza del 99%. Considere la población es finita y la variable es cuantitativa.





# Probabilidad y Estadística

■ Ramiro González Cárdenas



*“Una editorial que muestra como aprender  
a aprender matemáticas para la vida”*